

Капитал под риском в совершенной модели банковской системы

Помазанов М.В.

кандидат физико-математических наук,

МГУ им. М.В.Ломоносова, EGAR Technology

Гундарь В.В.

Начальник управления рисками, МДМ-Банк, Москва

Для развития экономики доверие банкам играет первостепенную роль. Цивилизованное государство, заинтересованное в экономической стабильности, должно иметь сильный пруденциальный надзор, позволяющий контролировать устойчивость банковской системы. Существующий в настоящее время механизм контроля финансовых показателей, осуществляемый Центробанком, недостаточен для обеспечения устойчивости. Адекватное решение этой задачи возможно только после мониторинга экономического капитала каждого банка, необходимого для покрытия банковских рисков. Такой мониторинг даст четкий численный ответ на вопрос о количестве средств, необходимых для отчисления в единый резервный фонд покрытия потерь вкладчиков в результате возможного банкротства банка. Очевидно, что чем менее устойчив банк, чем менее достаточен его капитал для покрытия его рисков, тем большая премия за риск должна отчисляться банком. Этот принцип можно кратко сформулировать тезисом «чем рискованней портфель - тем дороже для банка деньги». Следование этому принципу в той или иной исполнительной форме предполагает прозрачность всех банковских рисков.

В настоящей работе, предлагается методика расчета необходимого экономического капитала для покрытия кредитных рисков банка и аллокирования его по отдельным элементам портфеля.

Риск портфеля и потери от банкротства банка

Риск кредитного портфеля заключается в вероятности возникновения потерь, связанных с возможным дефолтом заемщиков. Оценить среднюю величину таких потерь можно, если вычислить среднегодовые вероятности дефолта каждого из заемщиков (PD, probability of default) и оценить среднюю долю возврата средств (RR, recovery rate) после возможного дефолта по величине залога или обязательств. Ожидаемые потери (Expected Loss, EL) такого портфеля будут вычисляться как сумма математических ожиданий потерь по каждому заемщику, а вклад каждого заемщика в эти потери будет вычисляться

в размере $PD(1-RR)$ годовых. Очевидно, кредитору необходимо иметь возможность компенсировать эти потери в случае дефолта заемщиков создавая резервный высоколиквидный фонд, куда пойдут отчисления премий за риск по каждому из них. В МДМ банке реализован этот подход и активно применяется последние годы. Помимо использования резервного фонда для компенсации ожидаемых потерь, такая методика является высоко мотивирующей для оптимального отбора заемщиков по принципу риск-доход.

Оценка EL не требует построения кривой распределения потерь, учета корреляций между заемщиками портфеля, EL даже не зависит от количества компаний в портфеле с одинаковой премией за риск. Однако оценки EL не достаточно для анализа риска портфеля, поскольку величина потерь является случайной и имеет разброс вокруг среднего значения, поэтому существует ненулевая вероятность превышения этой величиной определенного предела (CAR, capital at risk), после чего потери станут невозможными, что приведет к банкротству самого кредитора (банка). Эта вероятность рассчитывается с помощью функции VAR_α (value at risk) зависящей от уровня α и кривой распределения потерь. Строго говоря $VAR_\alpha = \arg \min(V : P(Loss < V) \geq \alpha)$, где $Loss$ – относительные потери по портфелю. Тогда уровень достоверности α , соответствующий вероятности $1 - \alpha$ банкротства кредитора за время возврата кредитов, может быть вычислен из уравнения $CAR = VAR_\alpha \cdot \Sigma$, где Σ – сумма всех кредитов портфеля. Если кредитор обанкротится при уровне α , то величина средних потерь портфеля (ES, expected shortfall) определится по формуле $ES_\alpha = E(Loss | Loss > VAR_\alpha) = \frac{\int_\alpha^1 VAR_\theta d\theta}{1 - \alpha}$, где $E(\cdot)$ – условное математическое ожидание. Поэтому средняя относительная величина потерь предоставляющих средства кредитору внешних организаций (OL, outer loss), от банкротства его самого составит величину

$$OL = (ES_\alpha - RRC \cdot VAR_\alpha) \cdot (1 - \alpha) \quad (1)$$

при условии $VAR_\alpha = CAR / \Sigma$, где $RRC \in (0,1)$ - коэффициент среднего возврата доли CAR (recovery rate CAR) после возможного банкротства кредитора, рассчитываемый по количеству Уставного капитала и из реальной практики возврата средств после реализации капитала кредитора с учетом убытков. Очевидно, орган (Центробанк, минфин), контролирующий поступления средств кредитору для дальнейшего их размещения по заемщикам обязан требовать отчисления премии за риск в размере

$P = \Sigma \cdot OL$ в течение средней длины портфеля $\tau = \sum_i v_i \cdot \tau_i$, где τ_i - длины кредитов, v_i - относительный вклад i -го кредита в Σ .

Другими словами стоимость денег для банка должна зависеть от его надежности и падать при увеличении последней. Следовательно, кредитование средств любому заемщику приводит к добавочному «расшатыванию» надежности банка, и, соответственно, к увеличению стоимости для банка всех средств, предоставленных ему. Предполагая непрерывность реакции (неарбитражность рынка) можно рассчитать косвенные расходы, связанные с риском непредвиденных потерь (UL, unexpected loss), по каждому из заемщиков. Для этого необходимо найти распределение CAR по заемщикам в соответствии с их вкладами в риск портфеля. Хотя не весь капитал банка находится под кредитным риском, но общеизвестно, что кредитный риск занимает большую часть капитала под риском.

Распределение CAR по заемщикам

Есть несколько общеизвестных в финансовой инженерии моделей для расчета UL-характеристик кредитного портфеля. Например, модель CreditMetrics¹ основана на симуляции Монте-Карло случайных величин, характеризующих активы компании и испытывающих марковские взаимозависимые переходы между кредитными рейтингами заемщиков, от которых зависит рыночная приведенная стоимость (PV, present value) кредитных продуктов. Кривая потерь строится по значениям возможных PV портфеля после значительного числа симуляций. Другая известная методика CreditRisk+² позволяет рассчитывать кривую потерь без применения симуляций, а непосредственно строя распределение с помощью актуарного численно - аналитического подхода, после серии упрощающих предположений.

Один из наиболее простых подходов к вычислению маргинальных вкладов каждого заемщика в UL представлен в методике CreditMetrics. Используется одна из основных характеристик UL – величина стандартного отклонения (SD, standard deviation) абсолютных потерь портфеля от средней величины, характеризующая разброс. А именно, вычисляется SD без i -го заемщика SD_i^- , а затем находится разница $\Delta_i = SD - SD_i^-$, которая объявляется маргинальным вкладом заемщика i в UL. Для таких оценок величина SD удобна тем, что она достаточно гладко зависит от параметров кредитов, составляющих

¹ Gupton, G., C.Finger, and M.Bhatia (1997). CreditMetrics .*Technical Document (1st ed.)*. <http://www.riskmetrics.com>

² Credit Suisse First Boston (CSFB) (1997) CreditRisk+: A Credit Risk Management Framework. *Technical document*. <http://www.csfb.com/creditrisk/>

портфель, и числа симуляций. Понятно, что таким же образом значение показателя VAR_α использовать затруднительно, в силу не гладкости этого показателя особенно в симуляционной модели. Естественным шагом в распределении CAR по заемщикам в такой модели будет разбиение его пропорционально Δ_i , $CAR_i = CAR \cdot \Delta_i / \sum_i \Delta_i$.

В актуарной методике CreditRisk+ удается напрямую определить вклад заемщика в VAR (или Shortfall) как $var_i = v_i \cdot E(N_i | Loss = VAR_\alpha)$ ³, $N_i = 0,1$ – случайный индикатор дефолта компании i , так что $Loss = \sum_i v_i N_i$ и, очевидно, $\sum_i var_i = E(\sum_i v_i N_i | Loss = VAR_\alpha) = VAR_\alpha$.

Используя предположения о характере распределения N_i и развешивая риск по секторам, согласно CreditRisk+, удается построить приближенные формулы⁴ для var_i

$$var_i \approx v_i \frac{E(N_i \exp(s_\alpha Loss))}{E(\exp(s_\alpha Loss))}$$

где седловая точка s_α находится из уравнения

$$\frac{E(Loss \cdot \exp(s_\alpha Loss))}{E(\exp(s_\alpha Loss))} = \hat{Var}_\alpha$$

для функции \hat{Var}_α , аппроксимирующей непосредственно VAR_α . Недавно появилась работа⁵, в которой представлены точные формулы вычисления var_i для модели CreditRisk+.

Доли CAR_i , распределенные по заемщикам, отнесенные к абсолютным величинам кредитов $v_i \Sigma$ каждого заемщика, позволяют выявить наиболее рискованных из них, что является, безусловно, очень важным для управления рисками. Однако задача этой работы оценить косвенные денежные потери по каждому заемщику в % годовых, возникающие из-за их вклада в UL портфеля.

Стоимость непредвиденных потерь отдельного заемщика в кредитном портфеле

Пусть портфель состоит из n кредитов общей суммой Σ , а каждому заемщику выдан кредит в размере $v_i \Sigma$, $i = \overline{1, n}$. Пусть существует контролирующий орган обязанный

³ Litterman, R. (1996) Hot Spots™ and Hedges. *The Journal of Portfolio Management* **22**, 52-75. Special issue.

Tasche, D. (1999) Risk contributions and performance measurement. *Working paper, Technische Universitat Munchen*. <http://citeseer.nj.nec.com/tasche99risk.html>

⁴ Martin, E. et al (2001) VAR: who contributes and how much? *Risk* **14**(8)

⁵ Haaf, H., D. Tasche (2002) Calculating Value-at-Risk contributions in CreditRisk+. *Working paper*. <http://www.defaultrisk.com>

требовать отчисления премии за риск в размере (1) $P(n) = (1 - \alpha(n)) \cdot (CAL(n) - RRC \cdot CAR)$ в течение средней длины портфеля $\tau = \tau(n)$, где $CAL(n) = ES(n) \cdot \Sigma$ (capital at loss). Тогда при выдаче n+1-го кредита в размере $v_{n+1}\Sigma$ отчисления уже должны стать равными новой величине $P(n+1)$, а время их выплат - $\tau(n+1)$. Поэтому цена вклада кредита n+1 в UL портфеля (COUL, cost of unexpected loss) будет вычисляться в размере

$$COUL_{n+1} = \left(\frac{P(n+1)}{\tau(n+1)} - \frac{P(n)}{\tau(n)} \right) / v_{n+1}\Sigma \quad \% \text{ годовых.}$$

Предполагая $n \gg 1$ и $v_i \ll 1$, в пределе

получается

$$COUL_{n+1} \cong \frac{\Delta P / \tau - P(n) \cdot \Delta \tau}{v_{n+1}\Sigma} \quad (2)$$

где $\Delta \tau = \tau(n+1) - \tau(n) \cong v_{n+1} \cdot (\tau_{n+1} - \tau)$, и, поскольку изменением $CAL(n)$ при постоянном CAR можно пренебречь в силу относительной малости v_{n+1} и невозможности заметно повлиять на перераспределение рисков в портфеле, то $\Delta P = P(n+1) - P(n) \cong -\Delta \alpha \cdot (CAL(n) - RRC \cdot CAR)$. Величина $\Delta \alpha = \alpha(n+1) - \alpha(n)$ показывает насколько будет «расшатана» надежность портфеля после выдачи кредита v_{n+1} . Для оценки $\Delta \alpha$ следует более внимательно рассмотреть структуру VAR как функции от $v = \{v_i\}_{i=1, n}$ и α ,

$$VAR(v, \alpha) = VAR(v_0, \alpha_0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial VAR}{\partial v_i} \cdot (v_i - v_i^0) + \frac{\partial VAR}{\partial \alpha} \cdot (\alpha - \alpha_0) + o(\Delta v, \Delta \alpha).$$

Далее, опираясь на предположение о слабом влиянии отдельного кредита на перераспределение рисков в портфеле, можно положить $v_0 = \{0\}$ и представить $VAR(v, \alpha)$

в виде $VAR(v, \alpha) = \sum_{i=1}^n \delta_i v_i + \frac{\partial VAR}{\partial \alpha} \cdot (\alpha - \alpha_0)$, где маргинальные вклады заемщиков

$\delta_i = \text{var}_i / v_i$ полагаются известными. Величину $e_{VAR} = \frac{\partial VAR}{\partial \alpha}$ целесообразно назвать

эластичностью VAR по уровню α . При добавлении n+1-го кредита v_{n+1} , предполагая неизменным $CAR = VAR(v, \alpha_0) \cdot \Sigma$ получается равенство

$$\sum_{i=1}^n \delta_i v_i = \sum_{i=1}^n \delta_i v_i + \delta_{n+1} v_{n+1} + e_{VAR} \cdot \Delta \alpha, \quad \text{откуда будет следовать соотношение для}$$

$\Delta \alpha = \alpha(n+1) - \alpha(n)$ и возможно вычислить $\Delta P = \frac{\delta_{n+1}}{e_{VAR}} \cdot (ES - RRC \cdot VAR) \cdot v_{n+1}$. Затем,

используя соотношение (2) для $COUL_{n+1}$, после снятия индекса $n+1$, окончательно получается формула

$$COUL = \frac{ES - RRC \cdot VAR}{\tau} \cdot \left(\frac{\delta}{e_{VAR}} - \frac{T - \tau}{\tau} (1 - \alpha) \right) \quad (3)$$

где T – длина кредита, δ - его относительный вклад в CAR , τ - средняя длина портфеля. Вторая часть разницы в скобках (3) обязана компенсации за длинный кредит, увеличивающий среднюю длину портфеля, однако на практике она незначительна, и для оценки стоимости вклада кредита в UL портфеля достаточно использовать только первую часть формулы (3), т.е. считать $COUL$ по формуле

$$COUL \cong \frac{ES - RRC \cdot VAR}{\tau \cdot e_{VAR}} \cdot \delta \quad (4)$$

Значение коэффициента RRC (Recovery rate кредитора (банка) должно оцениваться контролирующим органом исходя из опыта банкротств банков, качества организации управления, уставного капитала и т.д., оно может варьироваться в пределах от 0 (пессимистическая оценка) до 1 (оптимистическая оценка). Это определяет возможный

разброс $COUL$ в пределах от $COUL_{\min} = \frac{ES - VAR}{\tau \cdot e_{VAR}} \cdot \delta$ до $COUL_{\max} = \frac{ES}{\tau \cdot e_{VAR}} \cdot \delta$.

Пример расчета

Расчет UL в представленной работе основывается на методике CreditWDRisk, разрабатываемой авторами совместно с сотрудниками Управления рисками МДМ Банка и компанией EGAR Technology. Вероятности дефолтов компаний-заемщиков вычисляются по показателям финансовой деятельности и экспертным оценкам надежности бизнеса компании. Методика расчета UL базируется на симуляции Монте-Карло возможных значений времен дефолта по специальному алгоритму, разработанному для применения в российских условиях недостатка статистических данных, связанных с банкротством и рейтингованием компаний.

В качестве примера берется близкий к реальному портфель из 64 российских компаний с годовыми вероятностями дефолтов в пределах 0.5 – 5% . Средняя длина кредитного портфеля получается около 0.8 года. Общая приведенная стоимость такого портфеля получается, пусть, 572 у.е. (1 у.е., например, 1MUS\$). В таблице 1 представлены для нескольких компаний полученные значения $COUL_{\min}$, $COUL_{\max}$ при разных уровнях

достоверности $\alpha=95, 97.5, 99\%$. Представлены также и значения CAR и e_{VAR} для этих уровней.

Таблица 1.

α ; CAR; e_{VAR}					95,0 %; 52,47 у.е.; 0,567			97,5 %; 67,20 у.е.; 2,05			99,0 %; 88,39 у.е.; 2,03		
NAME	PD	PV	Maturity	EL	CARn	Min COUL	Max COUL	CARn	Min COUL	Max COUL	CARn	Min COUL	Max COUL
	%	У.е.	year	%	У.е.	%	%	У.е.	%	%	У.е.	%	%
ГазКомп	0,78	88,4	0,71	0,8	8,1	0,8	2,7	10,4	0,31	1,18	13,7	0,35	1,82
НефтКомп	1,96	22,6	0,79	2,7	1,7	0,6	2,1	2,1	0,24	0,91	2,8	0,28	1,44
ЭнергоКомп	3,84	6,2	0,71	3,7	0,26	0,4	1,3	0,3	0,15	0,58	0,4	0,17	0,86
МетКомп	4,16	27,6	1,01	7,4	7,5	2,2	7,5	9,6	0,83	3,19	12,6	1,00	5,22
ТелКомп	4,97	30,2	1,76	15,2	14,6	3,8	12,8	18,7	1,40	5,35	24,7	1,76	9,17

Из таблицы видно, что для некоторых компаний значения COUL оказываются достаточно заметными и могут быть сравнимы с ценой риска EL. Ясно, что их необходимо учитывать при анализе прибыльности кредитного продукта совместно со значениями EL. Зависимость VAR_{α} носит достаточно негладкий характер, поэтому встречаются отклонения от монотонности для зависимости $COUL(CAR)$, хотя, естественно ожидать падения расходов на UL с увеличением CAR и повышением надежности кредитора.

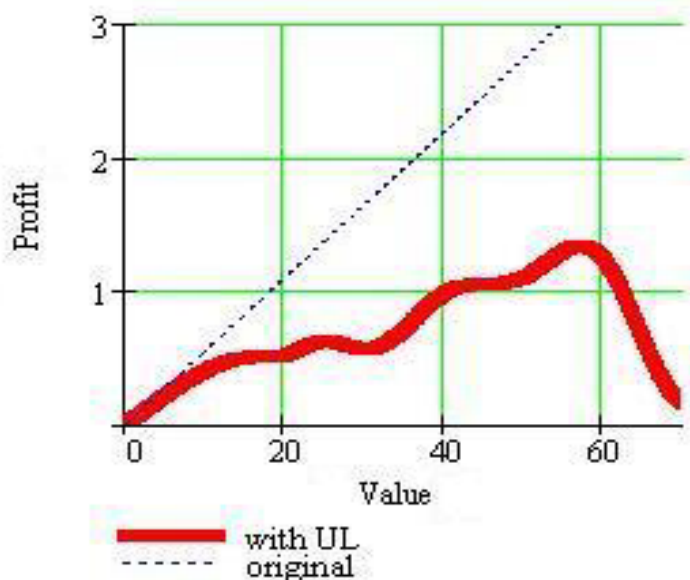


Рис. 1. Зависимость прибыли кредитного продукта "ТелКомп" от величины кредита.

Учет потерь от вклада в UL портфеля приводит к падению ожидаемой прибыли от кредитного продукта вплоть до полного ее нивелирования, в зависимости от величины кредита, RR, вероятности дефолта и состава кредитного портфеля. На рис.1 показана зависимость годовой величины абсолютной прибыли кредитования условного заемщика «ТелКомп» от абсолютной величины кредита.

Предполагалась чистая маржа (после учета ожидаемых убытков) в размере 5.5% годовых, уровень надежности 99% и величина RRC (recovery rate CAR) порядка 0.5. Легко видеть, что рост прибыли от кредитного продукта после 10-15 у.е. становится спорным и

далеким от ожидаемого, поэтому очевидным является вывод о нерентабельности выдачи больших ссуд данному заемщику для кредитного портфеля в целом.

Выводы

Поскольку механизм гарантии банковских вкладов пока не реализован, то расходы, связанные с риском непредвиденных потерь портфеля, имеют пока преимущественно не прямой характер, хотя и могут напрямую отражаться, например, в ценах банковских еврооблигаций. По мере совершенствования банковской системы в сторону увеличения прозрачности банковских рисков, эти потери необходимо будет учитывать при анализе прибыльности кредитных продуктов, особенно для крупных заемщиков, вклад в CAR которых достаточно велик. Предложенная методика позволяет пересчитывать непредвиденный кредитный риск портфеля и каждого из заемщиков в непосредственные расходы на этот риск экономического капитала. Это дает дополнительный и удобный инструмент для анализа величины кредитного риска, поскольку проецирует его на единую шкалу - доходность кредитного продукта, и может применяться как дополнительный принцип в установке лимитов на операции. Совершенствование банковской системы должно идти по пути усиления заинтересованности государства в контроле банковских рисков для создания механизма гарантии банковских вкладов после формирования единого резервного фонда, куда должны поступать премии за риск отдельных банков. Формула (1) дает величину таких премий для кредитного риска, пропорциональную сумме всех вкладов опекаемых государством вкладчиков. Однако следует понимать ограниченность методики, основанной на формулах (1), (4), которые связаны только с кредитным риском портфеля и не учитывающим другие виды рисков, такие как, например, операционные и рыночные риски. Поэтому подход требует расширения, но, поскольку кредитный риск дает основной вклад в риски банка, эти формулы могут быть взяты за основу.