

#### 6.4. Лимит на бланковый кредит

Данный раздел посвящен задаче расчета лимита кредитования с помощью модели фирмы Р. Мертона.

Обычно для расчета лимита бланкового кредитования применяют следующую формулы:

$$Limit = \alpha \cdot A_0, (6.12)$$

где  $Limit$  – лимит кредитования,  $\alpha$  – коэффициент лимитирования.

В зависимости от применяемого подхода в качестве  $A_0$  используют текущую стоимость или общих активов, или капитала заемщика.

При этом, как правило, коэффициент лимитирования определяется экспертным методом. Обычно, он равняется 1-3% от стоимости общих активов или 10% от стоимости капитала заемщика. Как известно, недостатком экспертных оценок является субъективизм экспертов, который может привести к ошибкам. В данном разделе предлагается точный, обоснованный расчетом, метод оценки лимита на бланковый кредит, раскрывается связь коэффициента лимитирования и кредитного рейтинга.

##### 6.4.1. Вероятность дефолта фирмы согласно модели Р.Мертона

Пусть баланс заемщика состоит из общих активов  $A$ , обязательств  $D$  и акционерного капитала  $E$ . Тогда укрупненный баланс заемщика на момент времени  $\tau = 0$  имеет вид:

Активы, $A_0$	Обязательства, $D$
	Акционерный капитал, $E$

График 6.6. Укрупненный баланс заемщика.

Пусть рыночная стоимость активов заемщика следует следующему стохастическому процессу:

$$dA = \mu \cdot A \cdot dt + \sigma \cdot A \cdot d\omega, (6.13)$$

где  $A$ ,  $dA$  – стоимость и изменение стоимости активов заемщика;  $\mu$ ,  $\sigma$  – среднее и стандартное отклонение «рентабельности» активов (rate of return on assets);  $dt$  – прирост времени;  $d\omega$  – стандартный винеровский процесс.

Таким образом, качество активов характеризуется двумя параметрами:  $\mu$ ,  $\sigma$  – средним и стандартным отклонением «рентабельности», темпа прироста активов.

Вероятность дефолта заемщика является вероятностью того, что рыночная стоимость активов заемщика будет меньше, чем бухгалтерская стоимость его обязательств через определенный период времени (например, через 1 месяц, 1 квартал, 1 год), а именно [6]:

$$p = \Pr[A_t \leq D], \quad (6.14)$$

где  $p$  – вероятность дефолта на момент времени  $t$ ;  $A_t$  – рыночная стоимость активов заемщика на момент времени  $t$ ;  $D$  – бухгалтерская стоимость обязательств заемщика на момент времени  $\tau = 0$ .

Тогда из модели Блэка–Шоулза следует, что вероятность дефолта на момент времени  $t$  равняется [6]:

$$p = N \left[ - \frac{\ln \left( \frac{A_0}{D} \right) + m \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}} \right], \quad (6.15)$$

где

$$m = \mu - \frac{\sigma^2}{2}, \quad (6.16)$$

среднее значение  $\ln \left( \frac{A_0}{D} \right)$ ;  $N(x)$  – интегральная функция нормального распределения.

Вероятность дефолта, собственно, и определяет кредитный рейтинг заемщика. Отметим, что вероятность дефолта является инструментом для эффективного управления банком своим кредитным риском. С ее помощью банк-кредитор оценивает ожидаемые потери от своей кредитной деятельности (банковские резервы), а также премию к базовым ставкам кредитования за кредитный риск. Имея исторический ряд вероятностей дефолта заемщика, банк-кредитор получает возможность рассчитать волатильность вероятности, которая применяется для оценки непредвиденных потерь и распределения экономического капитала банка-кредитора.

#### **6.4.2. Расчет лимита на бланковый кредит**

Пусть банк-кредитор в момент времени  $\tau = 0$  предоставляет заемщику кредит в объеме *Limit* на срок  $t$ . Тогда обязательства заемщика возрастут с  $D$  до  $D + Limit$ , а общие активы – с  $A_0$  до  $A_0 + Limit$ .

Новый баланс заемщика на момент времени  $\tau = 0$  после получения им кредита приобретает вид:

Активы, $A_0 + Limit$	Обязательства, $D + Limit$
	Акционерный капитал, $E$

График 6.7. Баланс заемщика на момент времени  $\tau = 0$  после получения им кредита.

При этом сделано предположение, что полученный кредит в объеме  $Limit$  заемщик направляет на финансирование активов, которые имеют такое же качество, что и активы  $A_0$  до предоставления кредита, т.е. параметры  $\mu$  (или  $m$ , см. формулу (6.16)),  $\sigma$  модели (6.13) не изменяются.

Получение заемщиком кредита увеличивает его обязательства и, таким образом, повышает вероятность дефолта  $p'$  заемщика:

$$p' = N \left[ - \frac{\ln \left( \frac{A_0 + Limit}{D + Limit} \right) + m \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}} \right] < p . \quad (6.17)$$

Соответственно ухудшается и кредитный рейтинг заемщика.

Из уравнения (6.13) следует, что, если бы заемщик не получил кредит, то наихудшая стоимость его активов на момент времени  $t$  равнялась бы:

$$A_t = A_0 \cdot \exp(m \cdot t - h_p \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}), \quad (6.18)$$

где  $h_p$  – количество стандартных отклонений в квантиле порядка  $p$  (вероятность дефолта).

При условии получения заемщиком кредита в объеме  $Limit$  наихудшая стоимость его активов на момент погашения кредита  $t$  равняется:

$$A'_t = (A_0 + Limit) \cdot \exp(m \cdot t - h_{p'} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}). \quad (6.19)$$

где  $p'$  – вероятность дефолта (порядок квантиля) заемщика после получения им кредита.

Заемщик не обанкротится, его акционерный капитал останется положительным, если наихудшая стоимость его активов на момент

погашения кредита  $t$  окажется выше стоимости его новых балансовых обязательств:

$$A'_t = (A_0 + Limit) \cdot \exp(m \cdot t - h_{p'} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}) \geq D + Limit. \quad (6.20)$$

Из вышеприведенного неравенства (6.20) с учетом выражения (6.19) получим лимит кредитования заемщика:

$$Limit \equiv Limit(p', t) = \frac{A_0 \cdot \exp(m \cdot t - h_{p'} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}) - D}{1 - \exp(m \cdot t - h_{p'} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t})} \equiv \frac{E_t}{1 - \exp(m \cdot t - h_{p'} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t})} \quad (6.21)$$

где  $E_t = A_t - D$  – наихудшая стоимость капитала заемщика на момент погашения кредита  $t$ .

Таким образом, лимит на заемщика определяется как доля от его капитала, но не от текущей стоимости капитала ( $\tau = 0$ ), а от наихудшей его стоимости на момент погашения кредита  $t$ .

На практике удобно пользоваться безразмерным лимитом – коэффициентом лимитирования  $\alpha$ , т.е. лимитом отнесенным, например, к общим активам заемщика:

$$\alpha = \frac{Limit}{A_0} = \frac{\exp(m \cdot t - h_{p'} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}) - \frac{D}{A_0}}{1 - \exp(m \cdot t - h_{p'} \cdot \sigma \cdot \sqrt{t})}. \quad (6.22)$$

Как видно из уравнения (6.22), лимит бланкового кредитования зависит:

- а) от качества общих активов (параметры  $m$  и  $\sigma$ );
- б) от соотношения балансовых обязательств и общих активов заемщика, т.е. от структуры баланса;
- в) от вероятности дефолта заемщика, т.е. от его кредитного рейтинга (через порядок квантиля).

**Приведем конкретный пример.** Пусть на момент времени  $\tau = 0$  заемщик имеет следующий баланс, выраженный, например, в млн. евро:

Активы, $A_0=100$	Обязательства, $D=80$
	Акционерный капитал, $E=20$

График 6.8. Баланс заемщика на момент времени  $\tau = 0$ .

Пусть качество активов заемщика характеризуется параметрами  $m=2\%$ ,  $\sigma=10\%$ . Банк-кредитор планирует выдать этому заемщику

бланковый кредит сроком на 1 год, то есть  $t = 1$ . Необходимо оценить лимит кредитования.

На первом этапе по формуле (6.15) оценим начальную, т.е. без учета влияния на финансовое состояние заемщика получения им кредита, вероятность дефолта (через 1 год), т.е. кредитный рейтинг заемщика на момент времени  $\tau = 0$ :

$$p = N \left[ - \frac{\ln\left(\frac{100}{80}\right) + \frac{2\%}{100\%} \cdot 1}{\frac{10\%}{100\%} \cdot \sqrt{1}} \right] = 100\% \cdot N(-2,43) = 0,75\%.$$

Отметим, что вероятность дефолта 0,75% в течение 1 года примерно соответствует кредитному рейтингу ВВ по шкале Standards&Poors.

Банк-кредитор не должен существенно влиять на финансовое состояние своего заемщика. Другими словами, предоставление кредита заемщику не должно существенным образом изменить вероятность его дефолта. Целесообразно, чтобы заемщик после получения им кредита оставался бы в том же самом кредитном рейтинге.

Поэтому, на втором этапе банк-кредитор определяет в соответствии с утвержденной в банке политикой допустимое повышение вероятности дефолта заемщика, связанное с получением им кредита, например, в размере  $\Delta p = 0,12\%$ . Тогда, предоставление банком кредита повысит годовую вероятность дефолта с  $p = 0,75\%$  до  $p' = 0,75\% + 0,12\% = 0,87\%$ . Вероятности дефолта  $p' = 0,87\%$  соответствует  $h_{p'} = 2,38$ .

На третьем этапе определяют допустимые объемы кредитования. Коэффициент лимитирования в соответствии с формулой (6.22) равняется:

$$\alpha = \frac{Limit}{A_0} = \frac{\exp\left(\frac{2\%}{100\%} \cdot 1 - 2,38 \cdot \frac{10\%}{100\%} \cdot \sqrt{1}\right) - \frac{20}{100}}{1 - \exp\left(\frac{2\%}{100\%} \cdot 1 - 2,38 \cdot \frac{10\%}{100\%} \cdot \sqrt{1}\right)} \cdot 100\% = 2,1\% ,$$

а, соответственно, лимит кредитования:

$$Limit = \alpha \cdot A_0 = \frac{2,1\%}{100\%} \cdot 100 \text{ млн. евро} = 2,1 \text{ млн. евро}.$$

Отметим, что чем меньше изменение вероятности дефолта заемщика ( $\Delta p = p' - p$ ) допускает банк-кредитор, т.е., чем меньше влияние банк-кредитор оказывает на заемщика, тем меньше допустимый объем кредита – лимит кредитования. Вероятность дефолта

связана с уровнем доверия  $\beta$  соотношением  $\beta = 1 - p$ . Поэтому, чем меньше вероятность дефолта, тем больше доверия к тому, что заемщик возвратит кредит. Таким образом, формулы (6.21) и (6.22) количественно описывают известный в кредитовании феномен: возвращение меньшей суммы кредита более вероятно, чем возвращение более крупной.

Отметим также, что формулы (6.21 и 6.22) предоставляют банку-кредитору возможность учитывать срок погашения кредита  $t$ .