

*Oct, 30, 2004*

## **Оценка вероятности банкротства предприятия по финансовым показателям\***

**Помазанов М.В. ,  
к.ф.-м.н., старший финансовый аналитик**

**Колоколова О.В.,  
финансовый аналитик**

Предложено несколько кредит-скоринговых моделей банкротств, основанных на финансовых показателях, вычисляемых из бухгалтерской отчетности российских предприятий. Модели дают формулы для вычисления вероятности дефолта и ориентированы на задачу количественной оценки кредитоспособности закрытых компаний. В основу методологии положена концепция соответствия «в среднем» оценок вероятности банкротств, получаемых по рыночной (структурной) и кредит-скоринговым моделям. Модели калибровались по открытым компаниям чтобы далее применять их для оценки закрытых.

EGAR Technology, Inc.  
4 Luchevoy Prosek, Pav. 5  
107113 Moscow, Russia  
+7 095 1053388 ext. 126

<http://www.CreditRisk.ru>  
[Michael.Pomazanov@egartech.com](mailto:Michael.Pomazanov@egartech.com)  
[okolokolova@yandex.ru](mailto:okolokolova@yandex.ru)

---

\* Принято к публикации: журнал «Оперативное управление и стратегический менеджмент в коммерческом банке»  
Колоколова О.В, Помазанов М.В. Разработка формулы вероятности банкротства предприятия на базе показателей бухгалтерской отчетности

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время задача анализа, оценки и управления кредитным риском является одной из приоритетных для кредитных организаций не только России, но и других стран мира. Требования к надежности банковской системы, предъявляемые со стороны различных регулирующих органов, постоянно возрастают, увеличиваются сроки кредитования, растет доля проводимых операций, успех которых напрямую связан с экономическим положением заемщиков. Все это происходит на фоне усиливающейся конкурентной борьбы, в условиях которой банки не могут просто увеличивать процентные ставки или требовать более ста процентов обеспечения по ссудам для покрытия своих рисков, а должны прибегать к более «тонким» методам их оценки для поддержания баланса принимаемого риска и доходности. Поэтому возникает необходимость создания надежных систем анализа и управления кредитным риском<sup>1</sup>.

В настоящее время в мире разработано большое число моделей оценки вероятности банкротства (PD) предприятий. В основе этих моделей лежат различные показатели. Это и данные о котируемых рыночных инструментах, и данные бухгалтерской отчетности компаний, и информация об особенностях структуры, внутренних и внешних связях предприятия, денежных и материальных потоках.

Вероятность банкротства любой компании зависит в первую очередь от эффективности ее производственной и финансово-хозяйственной деятельности. Для внутренней оценки эффективности управляющий может использовать помимо бухгалтерской также и управленческую отчетность, дополнительную информацию о перспективах развития предприятия, планируемых сделках, поступлениях, приобретениях. Для аналитика, лишенного доступа к такой «инсайдерской» информации, источниками знаний о положении дел в оцениваемой компании является, прежде всего, публикуемая бухгалтерская отчетность и рыночные данные по котируемым ценным бумагам.

Оценки вероятности банкротства западных компаний часто строятся на базе рыночных моделей. Использование таких моделей вполне оправдано в случае принятия гипотезы об эффективности фондового рынка как индикатора устойчивости предприятий. Принципиально рыночные модели можно разделить на два класса: структурные модели и модели сокращенной формы.

В моделях сокращенной формы для определения вероятности банкротства используется информация о текущей рыночной стоимости долговых обязательств, спредах доходности облигаций относительно безрисковой процентной ставки. Данные модели не отвечают на вопрос о причинах возникновения дефолта, а лишь получают оценку PD из данных рынка. Такой подход развивался, например, в работах Жарроу и Турнбула<sup>2</sup>, а также Даффи и Синглтона<sup>3</sup>.

В основу структурных моделей положено понимание стоимости акций компании как опциона call на активы компании с ценой страйка, установленной на уровне ее обязательств. С точки зрения источников финансирования, стоимость компании складывается из ее акционерного капитала и имеющихся долговых обязательств. При этом в случае банкротства приоритетное право на получение средств закреплено за

---

<sup>1</sup> Помазанов М.В. (2004). Количественный анализ кредитного риска//Банковские технологии, № 02, стр.22-28.

<sup>2</sup> Jarrow, R. and Turnbull, S. (1995). Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk// The Journal of Finance 50: pp. 53–85.

<sup>3</sup> Duffie, D. and Singleton, K. (1999). Modeling Term Structures of Defaultable Bonds// Review of Financial Studies 12: pp. 687—720.

кредиторами. Акционеры получают денежное возмещение лишь в том случае, когда требования кредиторов удовлетворены полностью. Такой подход позволяет использовать классическую теорию ценообразования опционов Блэка-Шоулза<sup>4</sup>. Впервые данную концепцию изложил нобелевский лауреат Роберт Мертон в 1974 году<sup>5</sup>. В дальнейшем она получила свое развитие, например, в моделях корпорации Moody's KMV<sup>6</sup>.

В модели банкротства KMV открытых компаний при анализе заемщика в первую очередь определяется точка дефолта (Default Point, DP) - стоимость активов заемщика, при которой компания объявляет дефолт. Часто в качестве DP рассматривают сумму краткосрочных обязательств компании и половины ее долгосрочных обязательств:

$$DP = STD + 1/2LTD.$$

На следующем шаге рассчитывается дистанция до дефолта (Distance to Default) - количество среднеквадратичных отклонений, на которое должна снизиться стоимость активов компании, прежде чем данная компания окажется банкротом.

$$\text{Distance to default} = \frac{\text{Рыночная стоимость активов} - \text{Default Point}}{\text{Рыночная стоимость активов} \cdot \text{Волатильность активов}}$$

После проведения статистической обработки исторических данных о дефолтах определяется ожидаемая частота банкротств (Expected Default Frequency, EDF) как функция от дистанции до дефолта.

Другой подход к оценке вероятности банкротства, положивший начало кредит-скоринговым моделям, предложил Эдвард Альтман в 1968 году, разработав индекс кредитоспособности<sup>7</sup>.

Индекс кредитоспособности Альтмана строится на основе многофакторного регрессионного уравнения. В качестве факторов используются пять наиболее значимых показателей, характеризующих экономический потенциал предприятия и результаты его работы за истекший период. В общем виде индекс кредитоспособности (Z-счет) является линейной комбинацией следующих финансовых показателей:

- $X_1$  - оборотный капитал/сумма активов;
- $X_2$  - нераспределенная прибыль/сумма активов;
- $X_3$  - операционная прибыль/сумма активов;
- $X_4$  - рыночная стоимость акций/задолженность;
- $X_5$  - выручка/сумма активов.

В зависимости от значения показателя Z каждое предприятие может быть отнесено к числу финансово устойчивых, безусловно-несостоятельных, или попасть в зону неопределенности. Коэффициент Альтмана был наиболее распространенным способом оценки кредитного риска. При практическом использовании этот подход давал неплохие результаты и в большинстве случаев вовремя сигнализировал об ухудшении кредитоспособности предприятия. Он развивался в кредит-скоринговых моделях банкротств ведущих рейтинговых агентств, таких как Moody's KMV<sup>8</sup>, S&P и др.

Однако оценки параметров этих моделей строилась на базе информации о состоянии американских и европейских компаний. Для применения к анализу

---

<sup>4</sup> Black, F. och M. Scholes, (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities//Journal of Political Economy, Vol. 81, pp. 637-654.

<sup>5</sup> Merton R. (1974). On the pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates//Journal of Finance. 29, pp. 449-470.

<sup>6</sup> [http://www.creditrisk.ru/publications/files\\_attached/modeling\\_default\\_risk.pdf](http://www.creditrisk.ru/publications/files_attached/modeling_default_risk.pdf)

<sup>7</sup> Corporate Financial Distress and Bankruptcy, 2nd edition, Copyright 1993 by John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-55253-4.

<sup>8</sup> [http://www.creditrisk.ru/publications/files\\_attached/Moodys\\_Default\\_Model.pdf](http://www.creditrisk.ru/publications/files_attached/Moodys_Default_Model.pdf)

кредитоспособности российских предприятий данные модели должны быть скорректированы с учетом специфики рынка нашей страны.

Кроме того, область применения как рыночных, так и некоторых кредит-скоринговых моделей в российских условиях сильно ограничена. Это связано с тем, что далеко не все компании-клиенты банков являются открытыми и имеют котируемые инструменты, такие как акции и облигации. Поэтому остается актуальной задача оценки вероятности банкротства компаний без использования данных о капитализации заемщика. При этом внутренние данные о структуре и особенностях функционирования предприятия остаются закрытыми для банков в большинстве случаев. Таким образом, наиболее доступный источник информации о финансово-экономическом состоянии компании - это бухгалтерская отчетность. В связи с этим целью данного исследования стало построение формулы для вычисления вероятности банкротства предприятий на базе данных его бухгалтерской отчетности.

## **2. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ**

### **2.1. Принципы верификации и калибровки моделей**

Основная проблема, возникающая при разработке формулы вероятности банкротства для предприятий России, - это отсутствие достоверных статистических данных о количестве и качестве банкротств. Здесь имеются в виду как банкротства предприятий в целом, так и их неспособность выполнить какое-либо одно конкретное обязательство. Таким образом, верификация построенной модели по фактическим данным практически не возможна.

Преодолеть эту проблему позволяет использование двух основных подходов.

1. Верификация модели по экспертным оценкам вероятности дефолта большого числа различных компаний. Коэффициенты модели находятся из уравнения регрессии финансовых показателей на экспертные оценки PD. Такой подход применялся для построения «аддитивной» модели, которая будет подробнее рассмотрена ниже.
2. Верифицировать модель по косвенным данным о вероятности банкротства открытых компаний.

В качестве основной гипотезы второго пути принимается положение о том, что структурная рыночная модель, скорректированная с учетом особенностей российского рынка, дает верные результаты при оценке вероятности банкротства открытых компаний. «Нерыночная» формула вероятности дефолта строится таким образом, чтобы функция невязки предсказываемых по ней значений PD и рыночных (полученных по данным фондового рынка) принимала наименьшее значение. Далее делается предположение, что модель, верифицированная по открытым компаниям и не включающая в качестве факторов никакие другие показатели, кроме данных бухгалтерской отчетности, будет давать достаточно точный прогноз PD и для других предприятий и организаций.

### **2.2. Рыночная модель**

Рыночная цена акций является одним из наилучших индикаторов финансово-экономического состояния предприятия-эмитента. Она отражает не только всю доступную информацию о качестве компаний, но и ожидания инвесторов, участников рынка, связанные с потенциальными изменениями этого качества. Рыночная цена акций в среднем чутко реагирует на изменение перспектив компании-эмитента. При такой постановке естественно предположить, что вероятность дефолта компании-заемщика будет заложена в стоимости ее акций. Такая концепция используется в структурных моделях банкротств.

В данной работе в качестве базовой рыночной модели использовалась структурная модель Credit-Grades<sup>9</sup>, разработанная американской компанией RiskMetrics Group на основе изложенных Мертоном принципов. Оценки параметров данной модели были скорректированы с учетом особенностей российского рынка.

В основе модели лежат следующие положения: стоимость активов компании есть случайная функция от капитализации и объема долгов; в случае падения объема активов ниже некоторого случайного уровня, определяемого внешним долгом, компания оказывается в состоянии дефолта.

Стоимость активов компании задается Итовским процессом:

$$\frac{dV_{k+t}}{V_{k+t}} = \mu_k dt + \sigma_k dW_t \quad (2.2.1)$$

где  $V_{k+t}$  – стоимость активов компании,

$\mu_k$  – мгновенная ожидаемая доходность,

$\sigma_k$  – стандартное отклонение доходности,

$W_t$  – стандартный Виноровский процесс (броуновское движение)

$k$  – индекс квартала.

Ожидаемая доходность и стандартное отклонение полагаются постоянными в течение квартала, но могут меняться случайным образом от квартала к кварталу.

Компания сохраняет финансовую устойчивость и не оказывается в состоянии банкротства до тех пор, пока траектория процесса 2.2.1 находится выше уровня  $L \cdot DP$ . Здесь  $DP$  – суммарный объем долговых обязательств, а  $L$  – случайная величина с известными средним ожидаемым значением и дисперсией.

Модель «настраивается» на российский рынок путем выбора моментов распределения  $L$ , согласующихся с данными о котируемых в России долговых инструментах.

### 2.3. Используемые финансовые показатели

Оценка вероятности банкротства предприятия представляет собой нелинейную функцию от существенных финансовых показателей (financial ratios), наиболее полно характеризующих деятельность компании<sup>10</sup>. В группу существенных решено было включить следующие семь показателей:

1. логарифм выручки ( $FR_1$ );
2. операционная маржа ( $FR_2$ );
3. доходность активов ( $FR_3$ );
4. покрытие процентов ( $FR_4$ );
5. структура капитала ( $FR_5$ );
6. покрытие обязательств ( $FR_6$ );
7. ликвидность ( $FR_7$ ).

Логарифм выручки - натуральный логарифм выручки, полученной за год, в долларовом эквиваленте.

Операционная маржа - отношение операционной прибыли (прибыль/убыток от продаж плюс прочие операционные доходы минус прочие операционные расходы), полученной за год, к годовой выручке.

<sup>9</sup> CreditGrades Technical Document. (2002). См. <http://www.creditgrades.com/resources/pdf/CGtechdoc.pdf>.

<sup>10</sup> Аналогичные показатели выделялись в качестве существенных в работе Eric Falkenstein, Andrew Boral, Lea V. Carty, RISKCALCTM FOR PRIVATE COMPANIES: MOODY'S DEFAULT MODEL. См. [http://www.riesgofinanciero.com/RdC1\\_EcMoodyRiskCalc.pdf](http://www.riesgofinanciero.com/RdC1_EcMoodyRiskCalc.pdf).

Доходность активов - отношение годовой операционной прибыли к стоимости активов компании на дату проведения оценки.

Покрытие процентов - отношение годовой операционной прибыли к объему процентных платежей по кредитам.

Структура капитала - отношение собственных средств компании к активам.

Покрытие обязательств - отношение свободных денежных средств компании к общему объему обязательств.

Ликвидность – отношение оборотных активов к обязательствам. Коэффициент ликвидность характеризует способность компании погашать свои краткосрочные обязательства за счет оборотных активов.

Приведенные показатели в общем случае являются зависимыми. Это приводит к искажению оценок вероятности банкротства при их непосредственном включении в оцениваемую модель. Поэтому построение качественной модели должно проходить в несколько этапов.

## 2.4. Основные этапы построения модели

1. Формирование главных компонент (независимых линейных комбинаций финансовых показателей).
2. Выделение тех из них, изменчивость которых покрывает большую часть изменчивости самих финансовых показателей.
3. Выбор множества допустимых форм модели для оценки PD на базе сформированных главных компонент.
4. Выбор множества минимизируемых функционалов невязки.
5. Оценка параметров предложенных моделей на базе каждого из функционалов.
6. Обратный переход от главных компонент к финансовым показателям.
7. Оценка качества модели на базе сравнения моментов распределения прогнозных и рыночных значений PD, тесноты их связи, а также на основе анализа ряда ошибок прогноза.
8. Проверка экономической валидности модели на основе анализа производных и эластичностей функции PD по финансовым показателям.

## 2.5. Формирование главных компонент

Рассмотрим множество финансовых показателей  $FR_1, \dots, FR_N$ . Значение каждого показателя рассчитывается по данным бухгалтерской отчетности на конец каждого квартала за период в несколько лет, начиная с 1999 года, для компаний, имеющих котируемые на бирже акции. Таким образом, множество реализаций каждого финансового показателя  $FR_j$  представляет собой вектор-столбец  $\overline{FR}_j$  длины  $m$  ( $m$  – совокупное число наблюдений по всем компаниям за доступное число кварталов).

Матрица  $X$  размера  $m \times N$ , где  $m$  – число наблюдений,  $N$  – число учитываемых в модели финансовых показателей, формируется из центрированных и нормированных векторов-столбцов  $\overline{FR}_j$ . Тогда каждый элемент матрицы рассчитывается как

$$x_{i,j} = \frac{FR_{ij} - E[FR_j]}{V[FR_j]^{1/2}},$$

где  $FR_{ij}$  –  $i$ -ая координата вектора  $\overline{FR}_j$  ( $i=1, \dots, m$ ;  $j=1, \dots, N$ ),  $i$ -ая реализация случайной величины  $FR_j$ ,

$E[FR_j] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m FR_{ij}$  - оценка математического ожидания случайной величины  $FR_j$ ,

$V[FR_j] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (FR_{ij} - E[FR_j])^2$  - оценка дисперсии случайной величины  $FR_j$ .

Каждый вектор-столбец матрицы  $X$  ( $\bar{X}_j, j=1, \dots, N$ ) есть множество реализаций случайной величины  $X_j$ , имеющей нулевое среднее и единичную дисперсию. Диагональные элементы положительно определенной матрицы  $(X'X)_{N \times N}$  являются оценками (с точностью до коэффициента) дисперсий случайных величин  $X_j$ . Тогда сумма диагональных элементов матрицы  $X'X$  (след матрицы) представляет собой суммарную дисперсию случайных величин  $X_j$  ( $j=1, \dots, N$ ), или изменчивость матрицы  $X$ . Здесь и далее  $X'$  - транспонированная матрица  $X$ .

Построим матрицу главных компонент  $Z$ :  $\bar{Z}_j = X \cdot \bar{b}_j$  так, чтобы суммарная дисперсия компонент матрицы  $Z$  покрывала максимально возможную долю изменчивости  $X$ .

#### *Построение первой главной компоненты*

Найдем такой вектор  $\bar{b}_1$ , который доставляет максимум дисперсии компоненты  $\bar{Z}_1 = X \cdot \bar{b}_1$ . При этом необходимо исключить влияние вектора  $\bar{b}_1$  на дисперсию компоненты  $\bar{Z}_1$ , с тем чтобы ее изменчивость была обусловлена лишь матрицей  $X$ .

Таким образом, мы имеем оптимизационную задачу с ограничениями:

$$\begin{aligned} (\bar{Z}_1' \cdot \bar{Z}_1) &= (\bar{b}_1' \cdot X' \cdot X \cdot \bar{b}_1) \rightarrow \max \\ (\bar{b}_1' \cdot \bar{b}_1) &= 1 \end{aligned}$$

Данная задача может быть решена методом множителей Лагранжа.

$$L_1 = (\bar{b}_1' \cdot X' \cdot X \cdot \bar{b}_1) - \mu_1 \cdot (\bar{b}_1' \cdot \bar{b}_1 - 1) \rightarrow \max$$

Первым условием оптимума является равенство нулю первых частных производных функции Лагранжа.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_1}{\partial \bar{b}_1} &= 2X' \cdot X \cdot \bar{b}_1 - 2\mu_1 \cdot \bar{b}_1 = 0 \\ \frac{\partial L_1}{\partial \mu_1} &= \bar{b}_1' \cdot \bar{b}_1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

Таким образом,  $X' \cdot X \cdot \bar{b}_1 = \mu_1 \cdot \bar{b}_1$ .

Тогда  $\mu_1$  - собственное число, а  $\bar{b}_1$  - соответствующий ему собственный вектор матрицы  $X'X$ .

$(\bar{b}_1' \cdot X' \cdot X \cdot \bar{b}_1) = \mu_1 \cdot (\bar{b}_1' \cdot \bar{b}_1) = \mu_1 \rightarrow \max$ , следовательно,  $\mu_1$  есть наибольшее собственное число матрицы  $X'X$ .

Таким образом, для построения первой главной компоненты необходимо найти множество собственных чисел и соответствующих им собственных векторов матрицы  $X'X$ .<sup>11</sup> Выбрать наибольшее собственное число  $\mu_1$  и соответствующий собственный вектор  $\bar{b}_1$  и построить компоненту  $\bar{Z}_1$ . Доля изменчивости матрицы  $X$ , охватываемая вектором  $\bar{Z}_1$  равна  $\mu_1$ .

<sup>11</sup> Множество собственных значений можно искать на множестве решений уравнения  $|(X' \cdot X) - E \cdot \mu| = 0$ , где  $E$  - единичная матрица.

Вторая компонента  $\bar{Z}_2 = X \cdot \bar{b}_2$ , отвечающая максимуму изменчивости матрицы  $X$ , строится на базе собственного вектора  $\bar{b}_2$ , соответствующего второму по величине собственному числу после  $\mu_1$ . Этот собственный вектор будет ортогонален  $\bar{b}_1$ , поскольку матрица  $X'X$  положительно определена<sup>12</sup>. Аналогичным образом строится вся система ортогональных главных компонент  $\bar{Z}_3, \dots, \bar{Z}_N$ .

#### *Общий алгоритм построения главных компонент*

1. Находим собственные числа матрицы  $X'X$  как вектор решений уравнения  $|(X'X) - E \cdot \mu| = 0$ . Поскольку матрица  $X'X$  симметрична, то все собственные числа  $\mu_j$  являются действительными.
2. Ранжируем собственные числа по убыванию, присвоив наибольшему числу порядковый номер 1 ( $\mu_1$ ), а наименьшему, соответственно,  $N$  ( $\mu_N$ ).
3. Находим ортогональные собственные вектора матрицы  $X'X$ :  $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_N$ . Составляем из них матрицу собственных векторов, размером  $N \times N$ ,  $B = \{\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_N\}$ .  $B'B = E$ , где  $E$  – единичная матрица.
4. Строим матрицу главных компонент  $Z = X \cdot B$ .  $j$ -й вектор-столбец матрицы  $Z$  есть главная компонента, соответствующая  $j$ -му собственному значению матрицы  $X'X$ .  $Z'Z = \Lambda$ , где  $\Lambda$  – диагональная матрица, на диагонали которой расположены собственные числа матрицы  $X'X$ .

### **2.6. Выделение наиболее значимых главных компонент**

Сумма диагональных элементов матрицы  $X'X$  (характеризующая изменчивость матрицы  $X$ ) есть след этой матрицы, который можно преобразовать

$$sp[X'X] = sp[(B^{-1}Z)' \cdot B^{-1}Z] = sp[Z'(B^{-1})' B^{-1}Z] = sp[Z'(B'B)^{-1}Z] = sp[Z'Z] = sp[\Lambda] = \sum_{j=1}^N \mu_j$$

Таким образом, изменчивость каждой главной компоненты  $Z_j$  есть:

$$Z'_j Z_j = \mu_j$$

Каждая главная компонента охватывает

$$\mu_j / \sum_{j=1}^N \mu_j \quad (2.6.1)$$

долю изменчивости матрицы  $X$ .

Наибольшую долю изменчивости охватывают первые несколько главных компонент. В таком случае для дальнейшего анализа и построения модели используются только эти выделенные компоненты. Относительно небольшая часть информации об изменчивости матрицы  $X$  теряется, но при таком подходе становится необходимо оценить гораздо меньшее число параметров, что повышает качество получаемых оценок и, соответственно, результатов прогноза. Таким образом, к рассмотрению принимаются  $M$  первых главных компонент, соответствующих наибольшим собственным числам матрицы  $X'X$ .

### **2.7. Множество допустимых форм модели**

<sup>12</sup>Daniel Norman, An Introduction to Linear Algebra for Science and Engineering, published by Addison Wesley Canada, 1995, p. 404.



Все главные компоненты  $\bar{Z}_k$  ( $k=1, \dots, M$ ) независимы и, соответственно, таковыми являются функции от них. Кроме того, каждая компонента есть линейная комбинация существенных финансовых показателей анализируемой компании и, таким образом, включает информацию обо всех этих показателях

Поставим в соответствие каждой из рассматриваемых главных компонент  $m$ -мерный вектор бернуллиевых случайных величин  $\bar{Y}_k$ , координаты которого принимают значение 1 при достижении соответствующей координатой  $k$ -ой главной компоненты критического уровня. Значения координат вектора  $\bar{Y}_k$  зависят непосредственно от значений главной компоненты и некоторой случайной величины следующим образом<sup>13</sup>:

$$Y_{ik} = 1, \text{ если } \alpha_k + \beta_k \cdot Z_{ik} + \varepsilon_{ik} > 0$$

$$Y_{ik} = 0, \text{ в противном случае}$$

Тогда

$$P(Y_{ik} = 1) = P(\varepsilon_{ik} > -\alpha_k - \beta_k \cdot Z_{ik}) = 1 - F_k(-\alpha_k - \beta_k \cdot Z_{ik})$$

где  $F_k()$  есть функция распределения случайной величины  $\varepsilon_{ik}$ . При этом случайные величины  $\varepsilon_{ik}$  предполагаются независимыми для любых  $k=1, 2, \dots, M$  и независимыми и одинаково распределенными для любых  $i=1, 2, \dots, m$ .

Закон распределения случайной величины  $\varepsilon_{ik}$  задается непосредственно исследователем, однако наиболее часто используются нормальный и логистический законы распределения.

В предположении о нормальном законе распределения имеем:

$$F_k(q) = \Phi_k(q) = \int_{-\infty}^q \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-t^2/2} dt$$

$$1 - \Phi_k(q) = \Phi_k(-q)$$

$$P(Y_{ik} = 1) = \Phi(\alpha_k + \beta_k \cdot \bar{Z}_{ik})$$

В предположении о логистическом законе распределения имеем:

$$F_k(q) = \frac{1}{1 + e^{-q}}$$

$$1 - F_k(q) = F_k(-q)$$

$$P(Y_{ik} = 1) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha_k - \beta_k \cdot Z_{ik})}$$

Рассмотрим также  $m$ -мерный вектор бернуллиевых случайных величин  $\bar{Y} \in \{0, 1\}$ , характеризующих положение компании-заемщика. Координата вектора  $\bar{Y}$  принимает значение 1, если компания оказывается банкротом, и 0 в противном случае. Тогда  $P(\bar{Y}_i = 1)$  есть вероятность банкротства предприятия, деятельность которого характеризуется финансовыми показателями  $FR_j$  ( $j=1, 2, \dots, N$ ), или, что равносильно, значениями главных компонент  $Z_k$  для любого  $k=1, 2, \dots, M$ .

При моделировании предлагается рассмотреть две концепции характера влияния главных компонент на вероятность банкротства. Согласно первой концепции компания может оказаться в ситуации банкротства, если хотя бы одна из главных компонент

<sup>13</sup> Подобный подход был использован в работе Eivind Bernhardsen, A Model of Bankruptcy Prediction, Norges Bank, 2001, см. <http://www.norges-bank.no/publikasjoner/arbeidsnotater/pdf/arb-2001-10.pdf>.

достигнет критического уровня. В рамках второй концепции каждая из рассматриваемых главных компонент отвечает лишь за некоторую долю вероятности банкротства предприятия. Достижение главной компонентой критического значения приводит к повышению вероятности банкротства до определенного уровня.

### 2.7.1. Концепция 1

Вероятность банкротства предприятия есть вероятность того, что хотя бы одна из принимаемых к рассмотрению главных компонент достигнет критического значения.

$$P(\bar{Y} = 1) = P\left(\bigcup_{k=1}^M \bar{Y}_k = 1\right) = 1 - \prod_{k=1}^M (1 - P(\bar{Y}_k = 1))$$

В случае использования для анализа двух главных компонент имеем:

$$\begin{aligned} P(\bar{Y} = 1) &= P(\bar{Y}_1 = 1) + P(\bar{Y}_2 = 1) - P(\bar{Y}_1 = 1) \cdot P(\bar{Y}_2 = 1) = \\ &= F_1(\alpha_1 + \beta_1 \cdot \bar{Z}_1) + F_2(\alpha_2 + \beta_2 \cdot \bar{Z}_2) - F_1(\alpha_1 + \beta_1 \cdot \bar{Z}_1) \cdot F_2(\alpha_2 + \beta_2 \cdot \bar{Z}_2) \end{aligned}$$

### 2.7.2. Концепция 2

Вероятность банкротства предприятия есть линейная комбинация вероятностей достижения критического уровня принимаемыми к рассмотрению главными компонентами.

$$P(\bar{Y} = 1) = \sum_{k=1}^M w_k \cdot P(\bar{Y}_k = 1) = \sum_{k=1}^M w_k \cdot F_k(\alpha_k + \beta_k \cdot \bar{Z}_k), \quad \sum_{k=1}^M w_k = 1, w_k \geq 0 \quad (2.7.2)$$

Таким образом, для конструирования модели необходимо, во-первых, выбрать закон распределения, соответствующий каждой из принимаемых к рассмотрению главных компонент, и, во-вторых, принять одну из предложенных концепций формирования вероятности банкротства.

## 2.8. Множество функционалов невязки

Введем следующие обозначения:

$\overline{PD} = (PD_1, \dots, PD_m)$  – m-мерный вектор вероятностей банкротства, рассчитанных на основе рыночной модели (рыночное значение PD).

$\widehat{PD} = (\widehat{PD}_1, \dots, \widehat{PD}_m)$  – m-мерный вектор вероятностей банкротства, рассчитанных на основе предложенной «нерыночной» модели (прогнозное значение PD).

Будем пытаться найти такие параметры модели, которые обеспечивают минимум в усредненном расстоянии между  $\overline{PD}$ , которые дает рынок, и  $\widehat{PD}$ , рассчитываемой по модели банкротств для всех компаний, имеющихся в нашей базе. Такое расстояние будет задаваться метрическим функционалом невязки. Функционал невязки – заданная определенным образом функция, которая оценивает степень рассогласованности оценок PD, полученных по рыночной и «нерыночной» моделям.

Оценки параметров модели  $\{\alpha, \beta, w\} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_M, \beta_1, \dots, \beta_M, w_1, \dots, w_M\}$  подбираются таким образом, чтобы функционал невязки принимал наименьшее значение.

В качестве функционалов невязки предлагается использовать:

1. Сумму квадратов отклонений прогнозных значений PD от рыночных.

$$f_{МНК}(\alpha, \beta, w) = \sum_{i=1}^m (PD_i - \widehat{PD}_i(\alpha, \beta, w))^2 \quad (2.8.1)$$

2. Сумму модулей отклонений прогнозных значений PD от рыночных.

$$f_{МНМ}(\alpha, \beta, w) = \sum_{i=1}^m |PD_i - \hat{PD}_i(\alpha, \beta, w)| \quad (2.8.2)$$

3. Взвешенную сумму модулей (квадратов) отклонений прогнозных значений PD от рыночных.

$$f_{ВМНМ}(\alpha, \beta, w) = \sum_{i=1}^m |PD_i - \hat{PD}_i(\alpha, \beta, w)| \cdot \begin{cases} k_1, PD_i > \hat{PD}_i \\ k_2, PD_i < \hat{PD}_i \end{cases} \quad (2.8.3)$$

Далее решается задача на минимум

$$(\alpha, \beta, w) = \underset{\alpha, \beta, w}{\operatorname{arg\,min}} f(\alpha, \beta, w) \text{ с ограничениями 2.7.2.}$$

Каждый из предложенных функционалов обладает рядом особенностей, которые делают его привлекательным для исследования.

С точки зрения качества получаемых оценок параметров выделяется метод наименьших квадратов (МНК) (2.8.1). В случае если ошибка прогноза  $(PD_i - \hat{PD}_i)$  имеет нормальный закон распределения, оценки параметров модели, полученные с помощью МНК, совпадают с оценками, полученными на базе метода максимального правдоподобия, и, следовательно, являются состоятельными, несмещенными и эффективными. В случае если закон распределения ошибки не является нормальным, но принадлежит к классу экспоненциальных законов распределения, оценки параметров, более не являясь эффективными, все же сохраняют состоятельность.

С точки зрения экономической интерпретации наиболее оправданным является метод наименьших модулей (МНМ) (2.8.2). При недооценке вероятности банкротства  $(PD_i > \hat{PD}_i)$  модуль разности показывает, на сколько фактические ожидаемые потери на единицу ссудного капитала превзойдут их оценку, то есть он характеризует недооценку ожидаемых убытков. При переоценке вероятности банкротства  $(PD_i < \hat{PD}_i)$  модуль разности показывает, на сколько больший резерв на единицу ссудного капитала создан, по сравнению с реально необходимым, то есть характеризует прибыль, недополученную в связи с неэффективным использованием средств. Таким образом, метод наименьших модулей с экономической точки зрения выступает как метод минимизации убытков, вызванных неправильной оценкой вероятности банкротства заемщика.

С точки зрения субъективной оценки кредитором значимости неправильной оценки вероятности банкротства, преимущество отдается взвешенному методу наименьших модулей (ВМНМ) (2.8.3). При таком подходе исследователь может дать относительно больший вес ошибкам недооценки (или переоценки) PD и, тем самым, снижать в процессе оптимизации именно эти, существенные, по его мнению, ошибки. При этом значимость ошибок недо- и переоценки PD может зависеть непосредственно от самой вероятности банкротства.

В данной работе использовался следующий подход к определению весовых коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$  (см. 2.8.3). Предполагалось, что если PD достаточно большое, то важнее не допустить недооценки PD, в противном случае, если PD невелико, желательно уменьшить ошибки переоценки вероятности банкротства. Следовательно, коэффициент  $k_1$  должен быть функцией, возрастающей по PD, а  $k_2$  - убывающей. В частности, в качестве таких функций можно использовать:

$$k_1(PD_i) = t \cdot PD_i$$

$$k_2(PD_i) = 1 - PD_i$$

где  $t$  - определенный пользователем коэффициент.

Кроме того, определялся некоторый граничный уровень вероятности банкротства –  $PD_{Гр}$  - при котором переоценка и недооценка вероятности банкротства предприятия одинаково важна для исследователя.

Тогда

$$k_1(PD_{Гр}) = k_2(PD_{Гр})$$

$$t \cdot PD_{Гр} = 1 - PD_{Гр}$$

$$t = \frac{1 - PD_{Гр}}{PD_{Гр}}$$

$$f(\alpha) = \sum_{i=1}^m |PD_i - \hat{PD}_i| \cdot \begin{cases} \frac{1 - PD_{Гр}}{PD_{Гр}} \cdot PD_i, & PD_i > \hat{PD}_i \\ (1 - PD_i), & PD_i < \hat{PD}_i \end{cases}$$

В данной работе при построении модели использовались все три метода оценки параметров. Предпочтение отдалось методу, дающему наилучшие результаты с точки зрения согласованности прогнозных и рыночных значений PD, а также экономической непротиворечивости.

## 2.9. Обратный переход от главных компонент к финансовым показателям

Используя оптимальный набор коэффициентов  $\{\alpha, \beta, w\}$ , переходим от модели, аргументами которой являются главные компоненты, к модели, аргументы которой выражены непосредственно через финансовые показатели.

Для каждой компоненты  $Z_k$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ) имеем:

$$\alpha_k + \beta_k \cdot Z_k = \alpha_k + \beta_k \cdot \sum_{j=1}^N \frac{FR_j - E[FR_j]}{V[FR_j]^{1/2}} \cdot b_{jk} = A_k + \sum_{j=1}^N B_{jk} \cdot FR_j$$

где

$$A_k = \alpha_k - \sum_{j=1}^N \frac{E[FR_j] \cdot b_{jk}}{V[FR_j]^{1/2}}$$

$$B_{jk} = \sum_{j=1}^N \frac{\beta_k \cdot b_{jk}}{V[FR_j]^{1/2}} \cdot FR_j$$

$$\text{Тогда } F_k(\alpha_k + \beta_k \cdot Z_k) = F_k(A_k + \sum_{j=1}^N B_{jk} \cdot FR_j)$$

## 2.10. Оценка качества модели

Качество прогнозной модели оценивается по нескольким критериям.

1. Состоятельность оценки ожидаемого значения PD. Ожидаемое прогнозное значение PD должно стремиться к ожидаемому рыночному значению PD.
2. Гипотеза о равенстве ожидаемых рыночного и прогнозного значений не должна отвергаться. Для проверки гипотезы о равенстве ожидаемых значений можно использовать критерий Стьюдента.
3. Коэффициент корреляции между прогнозными и рыночными значениями PD должен быть настолько большим, насколько это возможно.

Допустимо, что при моделировании с использованием реальных данных не все критерии качества будут удовлетворены. В любом случае выполнение большего числа условий свидетельствует о лучшем качестве модели.

## 2.11. Анализ экономической непротиворечивости модели

Финансовые показатели, используемые в качестве входящей информации для оценки PD, сформированы таким образом, что увеличение любого из них при неизменных значениях остальных свидетельствует об улучшении финансово-экономического положения компании. Поэтому с экономической точки зрения желательно выполнение условия отрицательности коэффициентов эластичности вероятности банкротства по финансовым показателям.

$$E_{\hat{PD}}^{FR_j} = \frac{\partial \hat{PD}}{\partial FR_j} \bigg/ \left| \frac{\hat{PD}}{FR_j} \right|$$

Для проверки условия отрицательности возможно использовать два подхода:

1. Для каждого j-го финансового показателя рассчитать коэффициенты эластичности PD в каждой i-й точке и использовать среднее по i значение как окончательную оценку эластичности.
2. Использовать усредненные по i значения финансовых показателей для расчета коэффициентов эластичности.

В данной работе был использован второй подход.

## 3. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

### 3.1. Исходная информация

В качестве исходной информации для построения модели использовались данные поквартальной бухгалтерской отчетности<sup>14</sup> и рыночной капитализации<sup>15</sup> тридцати семи компаний за период с начала 1999 года по второй квартал 2003. Критерием отбора компаний служило, во-первых, наличие достаточно интенсивных торгов по выпущенным ими акциям, то есть возможность ежедневно отслеживать изменение капитализации компании и рассчитывать вероятность банкротства с использованием рыночной модели и, во-вторых, наличие полной бухгалтерской отчетности за рассматриваемый период. В результате мощность выборки для каждого финансового показателя составила 410 точек.

### 3.2. Построение главных компонент

#### 3.2.1. Нормирование и центрирование финансовых показателей

Средние значения и стандартные отклонения финансовых показателей, рассчитанные стандартным образом (как в п.2.5) по имеющейся выборке, приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1

#### Средние значения и стандартные отклонения финансовых показателей

<sup>14</sup> Данные получены из открытых источников (например, с сервера раскрытия информации ФКЦБ России <http://disclosure.fcsm.ru/>).

<sup>15</sup> Данные получены из открытых источников (например, с сервера Российской торговой системы <http://www.rts.ru/>).

	FR <sub>1</sub>	FR <sub>2</sub>	FR <sub>3</sub>	FR <sub>4</sub>	FR <sub>5</sub>	FR <sub>6</sub>	FR <sub>7</sub>
E[FR <sub>i</sub> ]	8,816	0,212	0,151	264,788	0,611	-0,416	1,821
V[FR <sub>i</sub> ] <sup>1/2</sup>	0,837	0,170	0,146	411,314	0,232	1,545	1,608

### 3.2.2. Расчет собственных значений и собственных векторов матрицы коэффициентов корреляции

Несколько коэффициентов корреляции из матрицы  $X'X$  центрированных и нормированных финансовых показателей, заданных выборкой  $X$ , представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

Коэффициенты корреляции					
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	...	X <sub>7</sub>
X <sub>1</sub>	1,000				
X <sub>2</sub>	0,030	1,000			
X <sub>3</sub>	0,062	0,569	1,000		
X <sub>4</sub>	-0,083	0,190	0,178	...	
X <sub>5</sub>	0,010	0,219	0,151	...	
X <sub>6</sub>	-0,119	-0,008	0,192	...	
X <sub>7</sub>	0,177	0,290	0,217	...	1,000

Собственные значения матрицы коэффициентов корреляции приведены в таблице 3.3 с указанием частной и накопленной долей изменчивости (2.6.1), которую охватывают соответствующие им главные компоненты.

Таблица 3.3

Собственные значения матрицы $X'X$			
#	Собственные значения ( $\mu$ )	Доля изменчивости	Накопленная доля изменчивости
1	2,190	31,28%	31,28%
2	1,444	20,62%	51,91%
3	1,075	15,36%	67,27%
4	0,781	11,16%	78,43%
5	0,676	9,66%	88,09%
6	0,447	6,39%	94,48%
7	0,386	5,52%	100,00%

Для построения главных компонент использовались три собственных вектора  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ , соответствующие первым трем собственным числам матрицы. На рис. 3.1 представлены относительные значения координат векторов  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$  определяющие коэффициенты  $B_{j,k}$  в главных компонентах  $Y_k$ , входящих в формулу PD.

По построению, главные компоненты  $\bar{Z}_k = X \cdot \bar{b}_k$ ,  $k=1,2,3$  обладают свойством ортогональности  $Corr(\bar{Z}_k, \bar{Z}_p) = \begin{cases} 1, k = p \\ 0, k \neq p \end{cases}$

### 3.3. Результаты моделирования

В ходе разработки модели использовались различные комбинации концепций, законов распределения и функционалов невязок.

#### 3.3.1. Логит- модель (PD<sub>3</sub>)

В основу данной модели положены:

- вторая концепция формирования вероятности банкротства предприятия;
- использование первых трех главных компонент как существенных;
- предположение, что случайные величины  $\varepsilon_{ik}$ , соответствующие главным компонентам, имеют логистическое распределение;
- функционал невязки - сумма модулей отклонений прогнозных значений PD от рыночных.

$$\hat{PD}_3 = \sum_{k=1}^3 \frac{w_k}{1 + e^{\sum_{j=1}^7 B_{jk} \cdot FR_j + A_k}}$$

Здесь и далее  $FR_j$  – значение  $j$ -го финансового показателя на момент проведения оценки вероятности банкротства,  $j=1,2,\dots,7$ .

#### 3.3.2. Логит-Пробит модель (PD<sub>11</sub>)

В основу данной модели положены:

- вторая концепция формирования вероятности банкротства предприятия;
- использование первых двух главных компонент как существенных;
- предположение, что случайные величины  $\varepsilon_{i1}$ , соответствующие первой главной компоненте, имеют логистическое распределение, а случайные величины  $\varepsilon_{i2}$ , соответствующие второй главной компоненте, - стандартное нормальное;
- функционал невязки - сумма квадратов отклонений прогнозных значений PD от рыночных.

$$\hat{PD}_{11} = \frac{w_1}{1 + e^{\sum_{j=1}^7 B_{j1} \cdot FR_j + A_1}} + w_2 \cdot \Phi\left(\sum_{j=1}^7 B_{j2} \cdot FR_j + A_2\right)$$

где  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x (2\pi)^{-1/2} \cdot e^{-t^2/2} dt$  - функции стандартного нормального распределения.

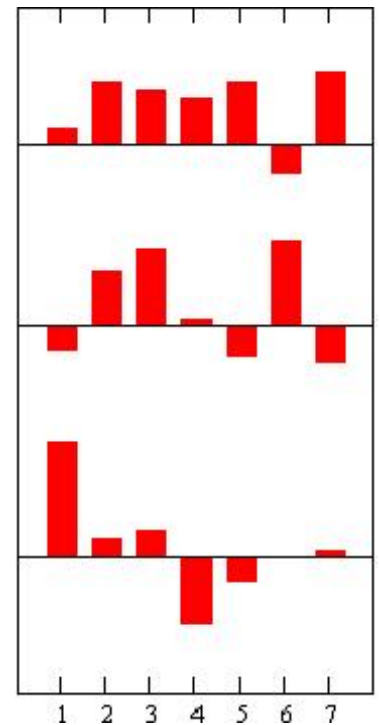


Рис. 3.1. Относительные значения множителей при  $FR_i, i = 1 \dots 7$  для первых трех главных компонент

### 3.3.3. Логит-Пробит модель (PD<sub>14</sub>)

В основу данной модели положены:

- вторая концепция формирования вероятности банкротства предприятия;
- использование первых двух главных компонент как существенных;
- предположение, что случайные величины  $\varepsilon_{i1}$ , соответствующие первой главной компоненте, имеют логистическое распределение, а случайные величины  $\varepsilon_{i2}$ , соответствующие второй главной компоненте, - стандартное нормальное;
- функционал невязки - сумма взвешенных модулей отклонений прогнозных значений PD от рыночных. В качестве граничного значения принято  $PD_{Гр}=5\%$ .

$$\hat{PD}_{14} = \frac{w_1}{1 + e^{\sum_{j=1}^7 B_{j1} \cdot FR_j + A_1}} + w_2 \cdot \Phi\left(\sum_{j=1}^7 B_{j2} \cdot FR_j + A_2\right)$$

### 3.3.4. Логит-Пробит модель (PD<sub>15</sub>)

В основу данной модели положены:

- первая концепция формирования вероятности банкротства предприятия;
- использование первых двух главных компонент как существенных;
- предположение, что случайные величины  $\varepsilon_{i1}$ , соответствующие первой главной компоненте, имеют логистическое распределение, а случайные величины  $\varepsilon_{i2}$ , соответствующие второй главной компоненте, - стандартное нормальное;
- функционал невязки - сумма модулей отклонений прогнозных значений PD от рыночных.

$$\hat{PD}_{15} = \frac{1}{1 + e^{\sum_{j=1}^7 B_{j1} \cdot FR_j + A_1}} + \Phi\left(\sum_{j=1}^7 B_{j2} \cdot FR_j + A_2\right) - \frac{\Phi\left(\sum_{j=1}^7 B_{j2} \cdot FR_j + A_2\right)}{1 + e^{\sum_{j=1}^7 B_{j2} \cdot FR_j + A_2}}$$

## 3.4. Оценка параметров моделей

Минимум функционала невязки находился по параметрам  $\{\alpha, \beta, w\}$ . Для его нахождения использовался квази-ньютоновский метод.<sup>16</sup>

На рис. 3.2 представлена зависимость значений функции невязки для формулы PD<sub>3</sub> от параметров  $w_1$  и  $w_2$  при фиксированном значении остальных.

$$w_1 \in (0;1), w_2 \in (0;1 - w_2).$$

<sup>16</sup> D. G. Luenberger, Introduction to Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley. 1973.



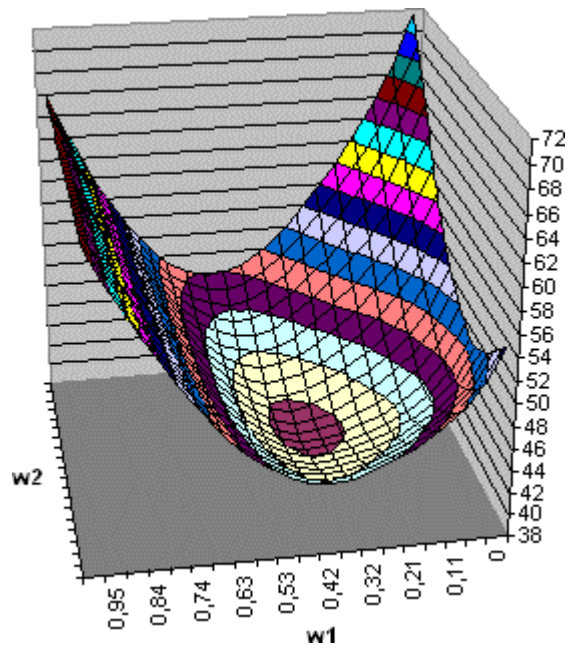


Рис. 3.2. Сумма модулей отклонений прогнозных значений PD от рыночных

### 3.5. Сравнительная характеристика качества полученных моделей

Разработанные модели сравниваются с точки зрения качества прогнозов и экономической непротиворечивости между собой и с результатами, полученными на основе аддитивной модели оценки PD.

#### 3.5.1. Аддитивная модель PD

При разработке данной модели строилось уравнение регрессии финансовых показателей на ряд экспертных оценок вероятности банкротства компаний<sup>17</sup>. Таким образом, эффективность модели зависит от качества использованных при ее построении экспертных оценок PD.

Функции от финансовых показателей входят в модель как аддитивные компоненты. При такой структуре нарушается один из основных экономических принципов - принцип взаимозаменяемости. С экономической точки зрения ухудшение одних финансовых показателей может быть скомпенсировано улучшением других, так что вероятность банкротства компании не изменится. Однако оценка PD, полученная по аддитивной формуле, резко возрастет при неудовлетворительном значении одного финансового показателя, не зависимо от значений остальных.

$$PD_{add.} = w_1 \cdot \min \left[ a_0; \frac{1}{1 + e^{(b_1 \cdot FR_1 + a_1)}} \right] + \sum_{j=2}^7 \frac{w_j}{1 + e^{b_j \cdot FR_j + a_j}}$$

#### 3.5.2 Основные характеристики качества моделей

Характеристики качества разработанных моделей и их экономической непротиворечивости приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4

<sup>17</sup> Формула была предложена и откалибрована экспертами МДМ-Банка

### Характеристики качества моделей

	PD <sub>рынок</sub>	PD <sub>3</sub>	PD <sub>11</sub>	PD <sub>14</sub>	PD <sub>15</sub>	PD <sub>адд.</sub>
Среднее значение	0,129	0,118	0,131	0,331	0,094	0,138
Стандартное отклонение	0,155	0,122	0,058	0,182	0,069	0,079
Корреляция (PD <sub>рынок</sub> , PD <sub>i</sub> )	1	0,411	0,359	0,392	0,356	0,022
Коэф. эластичности по:						
FR <sub>1</sub>		-2,432	-0,628	-1,632	-1,223	-0,158
FR <sub>2</sub>		-0,877	-0,227	-0,140	-0,399	-0,018
FR <sub>3</sub>		-0,574	-0,149	0,010	-0,255	-0,016
FR <sub>4</sub>		-0,291	-0,075	-0,137	-0,137	0,000
FR <sub>5</sub>		-1,906	-0,493	-1,027	-0,915	-0,062
FR <sub>6</sub>		0,122	0,032	0,153	0,064	-0,052
FR <sub>7</sub>		-0,906	-0,235	-0,541	-0,433	-0,005
Среднее значение отклонения от PD <sub>рынок</sub>	0	0,010	-0,002	-0,203	0,035	-0,010

### 3.5.3 Согласованность моделей с рынком

Заметим, что корреляция между рыночными значениями PD и прогнозируемыми по аддитивной формуле практически отсутствует. Это говорит о несогласованности результатов, получаемых по аддитивной формуле с данными рынка. При этом по рассматриваемой группе компаний аддитивная модель в среднем дает оценку вероятности банкротства, близкую к средней оценке рынка. Некоррелированность можно наглядно наблюдать на рис. 3.3.

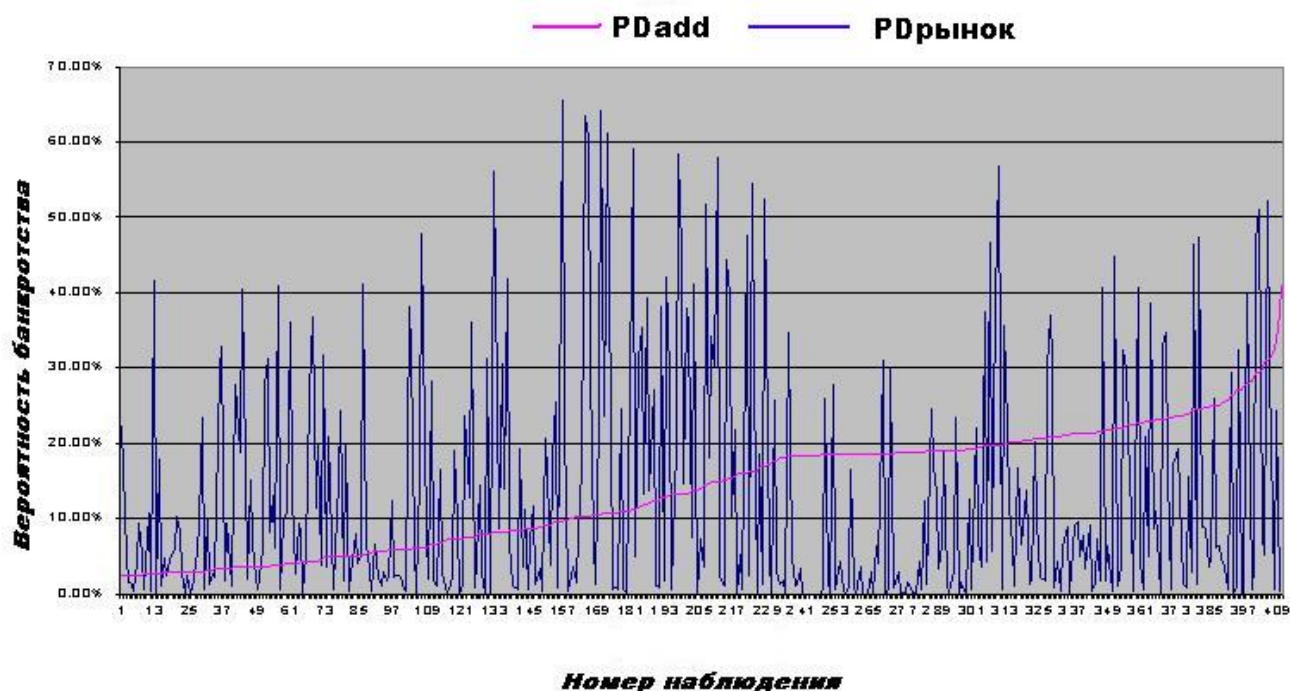


Рис. 3.3. Сравнение изменения рыночного PD и прогнозного по аддитивной модели от наблюдения к наблюдению.

Разработанные кредит-скоринговые модели более согласованны с рынком. Сравнение рыночного и прогнозного PD для модели PD<sub>3</sub> приведено на рис. 3.4. В среднем модель PD<sub>3</sub> лучше, чем PD<sub>адд.</sub> отслеживает изменения рыночных значений вероятности банкротства, хотя качество еще далеко от идеального. Это объясняется

трудностью согласования моделей «вообще» и лишь возможностью их согласования «в среднем».

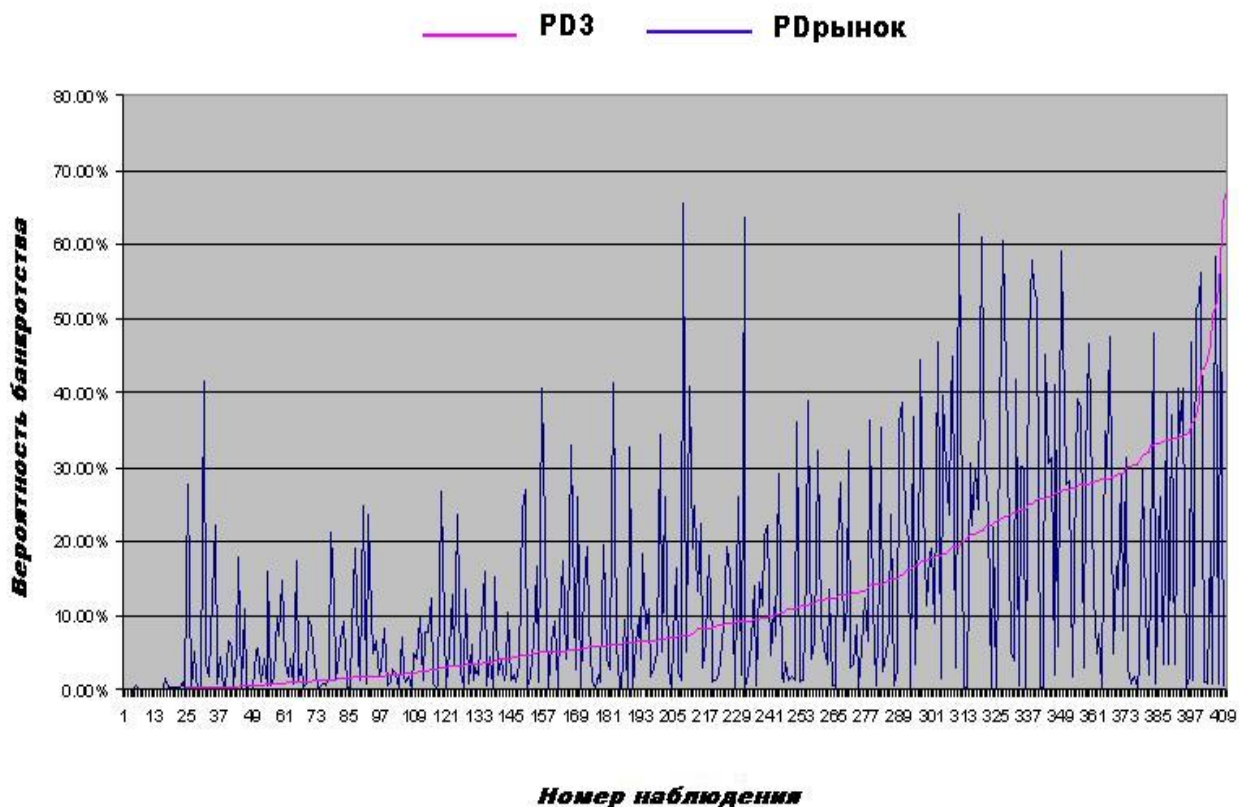


Рис. 3.4. Сравнение изменения рыночного PD и прогнозного по логит-модели PD3 от наблюдения к наблюдению.

В таблице 3.5 приведены примеры компании, для которых разные модели дают разные оценки PD для соответствующих им финансовых показателей.

Таблица 3.5

**Примеры оценок PD, полученных по различным моделям**

Наименование компании	FR1	FR2	FR3	FR4	FR5	FR6	FR7	PD <sub>рын</sub>	PD <sub>3</sub>	PD <sub>11</sub>	PD <sub>15</sub>	PD <sub>Адд.</sub>
Сургутнефтегаз	9.82	0.522	0.343	1000	0.942	-0.567	8.37	0.01%	0.00%	0.87%	0.16%	18.42%
РАО ЕЭС	8.99	0.604	0.089	272.87	0.899	-0.333	1.79	0.08%	0.20%	5.46%	1.83%	16.41%
Ритек	8.3	0.222	0.09	2.88	0.282	0.071	0.63	30.62%	20.97%	19.59%	16.71%	8.32%
Ставропольская ГРЭС	7.73	-0.087	-0.03	1000	0.223	0.129	1.02	56.87%	57.84%	22.33%	21.63%	19.85%
Челябинский трубопрокатный завод	8.38	0.086	0.075	3.72	0.725	-0.185	1.7	24.65%	7.65%	14.31%	8.78%	10.84%
Челябинский металлургический комбинат	8.77	0.068	0.099	3.84	0.318	-0.003	0.8	41.81%	24.00%	20.73%	18.56%	8.33%
Верхнесалдинское МПО	8.44	0.289	0.312	29.4	0.691	-0.124	2.4	15.78%	0.80%	7.88%	3.50%	6.17%
Камаз	8.89	0.101	0.04	3.09	0.762	-0.105	0.97	14.46%	9.40%	15.15%	9.80%	7.95%
Автоваз	9.49	0.059	0.054	3.26	0.404	3.828	1.03	16.57%	28.92%	22.80%	23.25%	6.83%

Действительно, оценки могут значительно различаться. При этом аддитивная модель характеризуется наибольшей рассогласованностью с рынком. Например, для такой устойчивой компании, как Сургутнефтегаз, имеющей рыночную оценку вероятности банкротства в 0,01%, PD<sub>Адд.</sub> оказалось равным 18,42%. Разработанные модели оценили

вероятность банкротства этой компании меньше 1%. С другой стороны, Челябинский металлургический комбинат, оцениваемый рынком как предприятие, имеющее серьезные финансово-экономические трудности ( $PD_{\text{рын}}=41,81\%$ ) получил несколько заниженную оценку PD по аддитивной модели ( $PD_{\text{Адд.}}=8,33\%$ ), тогда как разработанные модели оценили его вероятность банкротства от 18,56% до 24%.

### 3.5.4 Характеристика ошибок прогноза

Ожидаемая ошибка прогноза должна быть таковой по абсолютному значению, чтобы ее наличие не сказывалось на принятии решений о выдаче/невыдаче кредита. С этой точки зрения модель  $PD_{14}$  дает неудовлетворительные результаты, так как средняя переоценка PD составляет 20,3%. Такой уровень ошибки прогноза обусловлен методологическими особенностями формирования формулы  $PD_{14}$ . В качестве минимизируемой функции невязки использовалась взвешенная сумма модулей. Веса распределялись таким образом, чтобы свести к минимуму возможную недооценку вероятности банкротства. При этом случаям переоценки PD придавался значительно меньший вес.

Анализируя ошибки прогноза, следует учитывать не только их абсолютное значение, но и знак. Отрицательное ожидаемое значение ошибки свидетельствует о том, что при использовании модели вероятность банкротства компаний в среднем переоценивается ( $PD < \hat{PD}$ ). В случае положительного значения – недооценивается ( $PD > \hat{PD}$ ). Выбирая модель, необходимо принимать во внимание отношение к риску самого пользователя. Так, например, люди осторожные к риску предпочли бы переоценить вероятность банкротства заемщика и, тем самым, перестраховаться. В то время как более терпимые к риску пользователи могли бы согласиться с небольшой недооценкой вероятности дефолта ради получения большей ожидаемой прибыли. (Недооценка PD приводит к уменьшению формируемых резервов под возможные потери и, соответственно, к увеличению объема предоставляемых в кредит средств). В рассматриваемых случаях аддитивная модель PD, а также модели  $PD_{11}$  и  $PD_{14}$  удовлетворяют требованиям более осторожных кредиторов, тогда как модели  $PD_3$  и  $PD_{15}$  – менее осторожных.

### 3.5.5 Соблюдение принципа экономической непротиворечивости

Следует обратить внимание на тот факт, что в одном случае разработанные модели допускают нарушение принципа экономической непротиворечивости. Коэффициенты эластичности вероятности банкротства по покрытию обязательств ( $FR_6$ ) оказываются отрицательными. Однако нельзя однозначно утверждать, что в данном случае теряется экономический смысл коэффициента эластичности.

Показатель  $FR_6$  – покрытие обязательств – есть отношение свободных денежных средств компании к общей сумме ее обязательств. А свободные денежные средства в свою очередь представимы как разность денежных средств от операций и капиталовложений и инвестиций.

$$FR_6 = \frac{\text{Ден. ср. от операций} - \text{Капиталовложения и инвестиции}}{\text{Обязательства}}$$

При сохранении объема обязательств на постоянном уровне увеличение показателя  $FR_6$  достигается за счет опережающего роста денежных средств, получаемых компанией, по сравнению с осуществляемыми инвестициями. В долгосрочной

перспективе это может свидетельствовать о «проедании» компанией денежных средств. Снижая относительный уровень инвестиций, предприятие тем самым уменьшает потенциал своего дальнейшего роста, что приводит к увеличению вероятности банкротства в будущих периодах и не может не быть замечено рынком. При раздувании свободных денежных средств компании Price Earnings Ratio (отношение капитализации к доходу) снижается. Рынок не увеличивает цену акций такой компании, так как предчувствует падение темпов ее развития в будущем. Разработанные модели были откалиброваны по рыночной информации, поэтому все они учитывают возможную негативную реакцию рынка на повышение денежных средств компании.

Было проанализировано более десятка различных комбинаций моделей и функций невязок, но среди всех исследованных наиболее качественными и экономически непротиворечивыми оказались модели  $PD_3$ ,  $PD_{11}$  и  $PD_{15}$

### 3.5.6 Возможности дифференцирования используемых моделей по отраслям экономики

При дифференциации предложенных формул по различным отраслям экономики следует в первую очередь выделить модели оценки PD для торговых и промышленных компаний.

Вероятность банкротства торговых организации в целом является менее чувствительной к изменениям финансовых показателей, чем PD промышленных предприятий. Это связано с тем, что границы устойчивости финансовых показателей предприятий торговли несколько занижены по сравнению с аналогичными показателями в промышленности. Это касается, в частности, показателей ликвидности и структуры капитала (таблица 3.6).

Таблица 3.6

**Предельные значения финансовых показателей**

		Машиностроение	Оптовая торговля	Розничная торговля
<b>Ликвидность</b>	<b>FR7</b>	>2,0	>1,0	>0,8
<b>Структура капитала</b>	<b>FR5</b>	>0,56	>0,40	>0,36

Формула  $PD_{15}$  оказывается более чувствительной к изменением всех финансовых показателей. (Абсолютные значения коэффициентов эластичности по всем финансовым показателям для  $PD_{15}$  больше, чем для  $PD_{11}$ , таблица 3.4). Поэтому не исключено, что формула  $PD_{15}$  больше подходит для анализа промышленных предприятий, а  $PD_{11}$  – торговых.

С точки зрения относительной значимости коэффициентов эластичности PD по различным финансовым показателям, показатель  $FR_3$  (доходность активов) более значим для  $PD_{11}$ , чем для  $PD_{15}$  (таблица 3.7). Это согласуется с предположением о том, что  $PD_{11}$  характеризует вероятность банкротства торговых компаний.

**Относительная значимость коэффициентов эластичности PD по соответствующим финансовым показателям**

	<b>PD<sub>11</sub></b>	<b>PD<sub>15</sub></b>
<b>FR1</b>	100,00%	100,00%
<b>FR2</b>	36,15%	32,65%
<b>FR3</b>	23,73%	20,87%
<b>FR4</b>	11,94%	11,23%
<b>FR5</b>	78,50%	74,82%
<b>FR6</b>	5,10%	5,26%
<b>FR7</b>	37,42%	35,42%

Таким образом, представляется рациональным использовать формулы PD<sub>15</sub> для оценки вероятности банкротства промышленных компаний, а PD<sub>11</sub> – торговых.

#### **4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

В проведенном исследовании рассматривался вопрос о возможности построения адекватной модели оценки вероятности банкротства российских предприятий на базе данных бухгалтерской отчетности. В качестве основной гипотезы принималось положение о том, что структурная модель, скорректированная в соответствии с особенностями рынка нашей страны, дает верные оценки вероятности банкротства. Оценка параметров «нерыночной» модели осуществлялась путем минимизации функционала невязки прогнозных и рыночных значений вероятности банкротства.

В основе разработанных моделей лежит принцип главных компонент. Оценка вероятности банкротства предприятия зависит от финансовых показателей не напрямую, а через совокупность их независимых линейных комбинаций. Такой подход позволяет реализовать на практике принцип компенсации и взаимозаменяемости финансовых показателей: ухудшение одних показателей может быть скомпенсировано улучшением других, что в целом не приведет к изменению вероятности банкротства предприятия.

Еще одной существенной чертой предложенных моделей является то, что они не улавливают резкие скачки «рыночной» вероятности банкротства. В момент существенного всплеска рыночной оценки PD, ее оценка по «нерыночной» модели оказывается несколько ниже по абсолютной величине. Однако такие результаты нельзя трактовать лишь как недостаток точности прогноза по «нерыночной» модели. Скачки капитализации компаний могут быть вызваны не фактическим улучшением/ухудшением кредитоспособности, а лишь изменением спекулятивного настроения игроков фондового рынка. В таком случае логично предположить, что оценки PD, полученные на основе «нерыночной» модели, будут более достоверными. Кроме того, необходимо подчеркнуть, что разработанные модели качественно отслеживают относительные изменения вероятности банкротства. Этого уже достаточно для рейтингования заемщиков, выявления контрагентов, обладающих большим или меньшим уровнем риска, что позволит формировать кредитный портфель наиболее эффективным образом.

Предложенные в работе модели можно рассматривать как обобщение и модификация Z-счета Альтмана. Принципиальным отличием разработанных моделей является использование не одной, а нескольких независимых линейных комбинаций финансовых показателей. Кроме того, нелинейная структура моделей позволяет

вычислять не некоторый абстрактный показатель качества компании, а непосредственно находить оценку вероятности банкротства исследуемого предприятия.

В заключение следует отметить, что разработано несколько обладающих одинаковой прогнозной силой «нерыночных» моделей, которые могут быть использованы для анализа предприятий различных отраслей экономики и применяться пользователями, имеющими разные «аппетиты» на риск, что повышает гибкость и адаптивность разработанных моделей.

Авторы выражают признательность сотрудникам EGAR Technology за глубокий интерес к проблематике статьи и поддержку в работе.